УДК 331. 015. 11

МОДЕЛЬ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОПЕРАТОРА ПУНКТА УПРАВЛЕНИЯ

К.А. Метешкин И.А. Борозенец
(Представил проф. Пятков Ю.П.)

Разработана модель аналитической деятельности оператора пункта управления (ПУ). С использованием полумарковских процессов получены выражения для расчета среднего времени одного цикла процесса аналитической деятельности оператора ПУ.

По мере расширения области использования аппаратно-программных комплексов, составляющих основу современных АСУ, важности и ответственности, решаемых ими задач, происходит все большее усиление элементов умственной, творческой деятельности операторов ПУ. При этом усложняется процесс его аналитической деятельности, повышаются требования к скорости его реакции. Возникает необходимость в математическом описании аналитической деятельности оператора ПУ. Такие модели можно использовать для оценки времени, затрачиваемого на выполнение отдельных операций и на этой основе разработать рекомендации по рациональному формированию информационной модели современных систем управления.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы построить модель, описывающую временные характеристики процесса аналитической деятельности оператора ПУ.

Исходные допущения:

процесс аналитической деятельности оператора ПУ протекает циклически и состоит из ряда этапов;

в начальной части процесса аналитической деятельности оператор ПУ разрабатывает общий план анализа, затрачивая на это случайное время, распределенное по закону $F_0(\tau)$;

каждый элементарный акт аналитической деятельности оператора ПУ рассматривается как некоторое состояние, время пребывания, в котором случайное;

по окончании каждого этапа анализа оператор ПУ с заданной вероятностью принимает решение о содержании следующего этапа.

Необходимо оценить вероятности q_i застать процесс анализа в i-ом состоянии в произвольный момент времени и среднее время T, затрачиваемое на цикл анализа.

Процесс аналитической деятельности оператора ПУ при сформулированных допущениях может быть представлен орграфом, изображенном на рис. 1, где обозначено:

H_0 - состояние, соответствующее начальному этапу каждого периода анализа;

H_{1,ℓ_1}; $\overline{H_{\ell_1+1}, H_{\ell_1+\ell_2}}$; $\overline{H_{\ell_1+\ell_{\kappa-1}+1}, H_{\ell_1+\ell_2+\dots+\ell_{\kappa-1}+\ell_\kappa}}$ - состояния, соответствующие первому, второму и др. этапам анализа соответственно;

$P_{i,j}$ - вероятности перехода из состояния H_i на предыдущем этапе анализа в состояние H_j на последующем этапе.

Количество этапов принято равным κ, количество состояний на r-ом этапе ℓ_r.

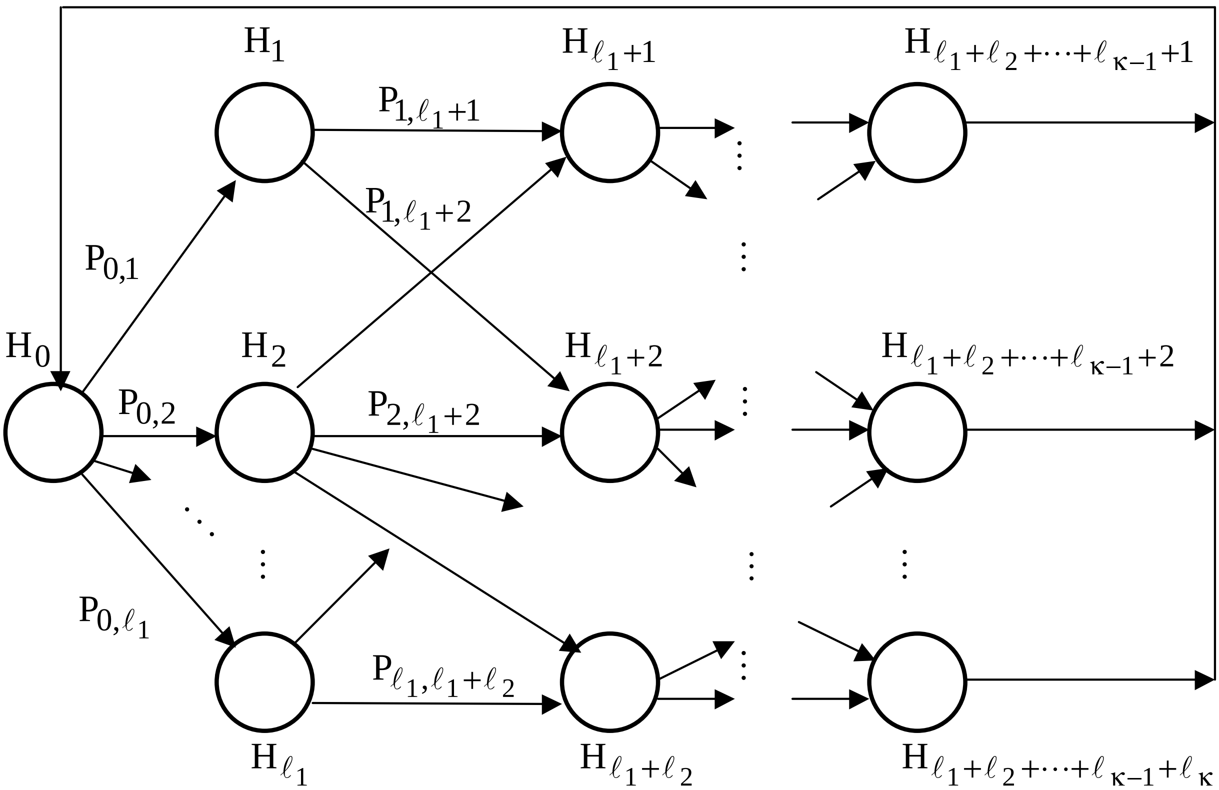

Рис. 1. Модель аналитической деятельности оператора ПУ

В такой формулировке процесс аналитической деятельности оператора ПУ описывается полумарковским циклическим процессом, который можно представить матрицей переходных вероятностей $P = \left\| P_{i,j} \right\|$ и вектором средних времен пребывания процесса в отдельных состояниях $M = \{ m_s \}$, где $s = 0, \ell_1 + \ell_2 + \cdots + \ell_\kappa$.

Среднее значение времени m_s может быть вычислено из известных соотношений

$m_s = \int\limits_0^\infty \tau f(\tau) d\tau$, $f(\tau) = \dfrac{dF_s(\tau)}{d(\tau)}$, где $F_s(\tau)$ - закон распределения времени пребывания процесса в состоянии H_s. При этом матрица переходных вероятностей P имеет клеточную структуру

$$P = \left\| \begin{array}{c|c|c|c} P_{0,0} & P_{0,1} & \cdots & P_{0,\kappa} \\ \hline P_{1,0} & P_{1,1} & \cdots & P_{1,\kappa} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline P_{\kappa-1,0} & P_{\kappa-1,1} & \cdots & P_{\kappa-1,\kappa} \\ \hline P_{\kappa,0} & P_{\kappa,1} & \cdots & P_{\kappa,\kappa} \end{array} \right\|,$$

причем все подматрицы нулевые, за исключением $P_{0,1}, P_{1,2}, \ldots, P_{\kappa-1,\kappa}, P_{\kappa,0}$, где

$$P_{0,1} = \left\| p_{0,1} \quad p_{0,2} \quad \cdots \quad p_{0,\ell_1} \right\|,$$

$$P_{i,\,j+1} = \begin{Vmatrix} p_{\nu,\mu} & p_{\nu,\mu+1} & \cdots & p_{\nu,M} \\ p_{\nu+1,\mu} & p_{\nu+1,\mu+1} & \cdots & p_{\nu+1,M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{N,\mu} & p_{N,\mu+1} & \cdots & p_{N,M} \end{Vmatrix}, \quad p_{\kappa,0} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Vmatrix}.$$

В матрицах ν,μ - индексы номеров состояний, соответствующие двум следующим друг за другом ярусам орграфа.

Учитывая, что оператор ПУ выполняет свои функции длительное время и граф процесса его аналитической деятельности не имеет тупиковых состояний, то исследуемый процесс можно принять за стационарный.

Для получения требуемых оценок процесса аналитической деятельности оператора ПУ воспользуемся системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{q_i}{m_i} = \sum\limits_{\kappa=0}^{N} p_{\kappa,i} \dfrac{q_\kappa}{m_\kappa}, \quad i = \overline{0, N}, \\ \sum\limits_{i=0}^{N} q_i = 1, \end{cases}$$

известных из теории полумарковских процессов.

Преобразуем данные уравнения с учетом особенности матрицы P и вектора M, найдем рекуррентные соотношения для вычисления q_i

$$q_0 = \frac{m_0}{m_0 + R},$$

$$R = \sum_{\kappa=1}^{\ell_1} p_{0,\kappa}\left(m_\kappa + \sum_{r=\ell_1+1}^{\ell_1+\ell_2} p_{\kappa,r}\left(m_r + \sum_{s=\ell_1+\ell_2+1}^{\ell_1+\ell_2+\ell_3} p_{r,s}\left(m_s + \cdots + \sum_{t=\ell_1+\cdots+\ell_{\kappa-1}+1}^{\ell_1+\cdots+\ell_\kappa} p_{f,t} m_t \right)\right)\cdots\right),$$

$$q_i = p_{0,i}\, q_0 \frac{m_i}{m_0}, \quad i = \overline{1, \ell_1},$$

$$q_i = m_i \sum_{r=1}^{\ell_1} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1 + 1, \ell_1 + \ell_2},$$

$$q_i = m_i \sum_{r=\ell_1+1}^{\ell_1+\ell_2} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1 + \ell_2 + 1, \ell_1 + \ell_2 + \ell_3},$$

$$\cdots$$

$$q_i = m_i \sum_{t=\ell_1+\cdots+\ell_{\kappa-2}+1}^{\ell_1+\cdots+\ell_{\kappa-1}} p_{t,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1 + \cdots + \ell_{\kappa-2} + 1, \ell_1 + \ell_2 + \cdots \ell_{\kappa-1}}.$$

Из соотношения $T_i = T\, q_i$, подставляя $T_0 = m_0$, получим $T = \dfrac{m_0}{q_0}$ среднее время одного цикла процесса аналитической деятельности оператора ПУ.

Подвергнем анализу один важный частный случай аналитической деятельности оператора ПУ, состоящий в том, что вначале процесса намечается вариант анализа, в котором переход от одного шага к другому жестко предопределен.

Такой процесс анализа можно представить ветвящимся циклическим процессом, каждая ветвь которого, соответствует варианту анализа. Всего в процессе аналитической деятельности оператора ПУ может быть κ - вариантов анализа. Каждая ветвь процесса имеет $\ell_j \left(j=\overline{1,\kappa}\right)$ - шагов анализа при j-ом варианте. Вероятность выбора j-го варианта анализа оператором ПУ равна p_j.

Объединив состояния каждого варианта, получим аналогичный процесс, в котором все состояния, находящиеся в одной ветви, заменяются одним эквивалентным состоянием.

Среднее время пребывания процесса в эквивалентных состояниях, в данном случае, равно $m_j = \sum\limits_{i=1}^{\ell_\kappa} m_{j,i}$. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P = \left\| \begin{array}{c|cccc} 0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_\kappa \\ \hline 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right\| .$$

Формулы для расчета q_j имеют следующий вид

$$q_j = \frac{m_0}{m_0 + \sum\limits_{j=1}^{\kappa} p_j m_j}, \quad q_j = \frac{q_0}{m_0} p_j m_j, \quad j=\overline{1,\kappa}.$$

Покажем на примере работоспособность предлагаемой модели. Пусть для конкретной информационной модели ПУ граф процесса аналитической деятельности оператора ПУ имеет вид, который приведен на рис. 2.

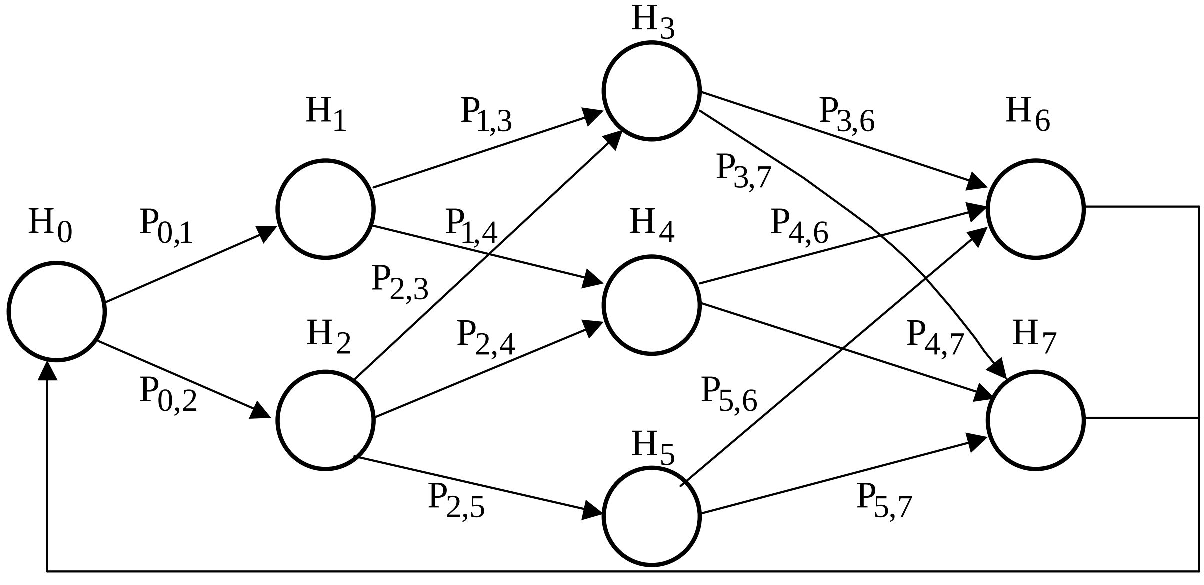

Рис. 2. Модель аналитической деятельности оператора ПУ (пример)

Матрица переходных вероятностей и вектор средних значений времен пребывания процесса в состояниях равны

$$P = \left\| \begin{array}{c|c|c|c} 0 & p_{0,1}\; p_{0,2} & 0 \quad 0 \quad 0 & 0 \quad 0 \\ \hline 0 & 0 & \begin{matrix} p_{1,3} & p_{1,4} & p_{1,5} \\ p_{2,3} & p_{2,4} & p_{2,5} \end{matrix} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \begin{matrix} p_{3,6} & p_{3,7} \\ p_{4,6} & p_{4,7} \\ p_{5,6} & p_{5,7} \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|,$$

$$M = \{ m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7 \}.$$

Пусть также заданы значения $p_{i,j}$ и m_j

$p_{0,1} = 0{,}4$; $p_{1,4} = 0{,}8$; $m_0 = 3{,}2$; $m_7 = 1{,}0$.

$p_{1,3} = 0{,}2$; $p_{2,4} = 0{,}3$; $m_1 = 0{,}4$;

$p_{2,3} = 0{,}3$; $p_{3,7} = 0{,}9$; $m_2 = 1{,}2$;

$p_{3,6} = 0{,}1$; $p_{4,7} = 0{,}2$; $m_3 = 1{,}3$;

$p_{4,6} = 0{,}8$; $p_{5,7} = 0{,}5$; $m_4 = 0{,}6$;

$p_{5,6} = 0{,}5$; $p_{1,5} = 0$; $m_5 = 0{,}5$;

$p_{0,2} = 0{,}6$; $p_{2,5} = 0{,}4$; $m_6 = 0{,}7$;

При этих данных расчетные формулы примут вид

$$q_0 = \frac{m_0}{m_0 + R},$$

где $R = \sum_{\kappa=1}^{2} p_{0,\kappa} \left(m_\kappa + \sum_{r=3}^{5} p_{\kappa,r} \left(m_r + \sum_{t=6}^{7} p_{r,t} m_t \right) \right)$, $q_i = p_{0,i} q_0 \dfrac{m_i}{m_0}$, $i = 1{,}2$;

$$q_i = m_i \sum_{r=1}^{2} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = 3{,}4{,}5; \qquad q_i = m_i \sum_{r=3}^{5} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = 6{,}7; \quad T = \frac{m_0}{q_0}.$$

Подставим численные значения для $p_{i,j}$ и m_j в расчетные формулы, получим: $q_0 = 0{,}565$, $q_1 = 0{,}028$, $q_2 = 0{,}127$, $q_3 = 0{,}059$, $q_4 = 0{,}053$, $q_5 = 0{,}021$, $q_6 = 0{,}061$, $q_7 = 0{,}080$, $T = 5{,}664$.

Таким образом, получены аналитические соотношения, позволяющие достаточно просто определить основные характеристики аналитической деятельности оператора ПУ и выработать на этой основе рекомендации по рациональному размещению элементов информационной модели ПУ, а также рекомендации по рациональной организации его деятельности.